

Optimale Besteuerung bei privater Information

Andreas Baude

Finanz- und Wirtschaftsmathematik, 8. Fachsemester

E-Mail: a.baude@tu-bs.de

URL: <http://andreas.scheissfuckingtodernst.de>

Hausarbeit im Rahmen des Seminars
„Wirtschaftspolitik und Public Choice“

Sommersemester 2004

TU Braunschweig

Abteilung Volkswirtschaftslehre

Prof. Dr. Gernot Sieg

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Umverteilungs- und Steuerpolitik	1
2.1	Umverteilung	1
2.2	Argumente für eine Einkommensumverteilung	2
2.3	Pauschal- versus Einkommensteuer	3
2.4	Kennzeichen eines guten Steuersystems	5
3	Optimales Steuersystem	7
3.1	Grundlegende Annahmen und Definitionen	7
3.2	Individuelle Nutzenmaximierung	8
3.3	Maximierung der Wohlfahrtsfunktion	9
3.4	Eigenschaften des optimalen Steuersatzes	10
3.5	Kritik des Modells	12
A	Mathematischer Anhang	14
A.1	Nachweis für Gleichungen (3.5) und (3.6)	14
A.2	Maximierung der HAMILTON-Funktion	15
	Literaturverzeichnis	17
	Erklärung	18

Abbildungsverzeichnis

2.1	Vergleich zwischen Pauschal- und Einkommensteuer	4
2.2	Einkommensteuertarife 2003, 2004 und 2005	6
3.1	Interpretation der optimalen Steuerbedingung	11
3.2	Optimale Steuerfunktion	13

1 Einleitung

In der vorliegenden Arbeit geht es um die optimale Besteuerung von Individuen bei privater Information und den damit verbundenen Schwierigkeiten. Dabei wird auf die Aspekte der Umverteilungs- und Steuerpolitik, sowie der Struktur eines optimalen Steuersystems näher eingegangen.

Das Kapitel „Umverteilungs- und Steuerpolitik“ beschäftigt sich mit den grundlegenden Begriffen und Eigenschaften von Steuern. Es werden die Fragen geklärt, wieso es überhaupt eine Besteuerung durch den Staat gibt und welche Effekte dabei entstehen. Es werden die fünf Eigenschaften eines guten Steuersystems vorgestellt und geklärt, wie eine Besteuerung bei privater Information durchzuführen ist.

Anschließend werden im Kapitel „Optimales Steuersystem“ die Ideen aus dem zweiten Kapitel in ein Modell überführt. Dieses ist an den Text von Acocella (1994) angelehnt. Ziel dieses Modells ist es, eine qualitative Aussage über die Eigenschaften eines optimalen Grenzsteuersatzes zu erhalten.

2 Umverteilungs- und Steuerpolitik

2.1 Umverteilung

Die Verringerung der durch den Markt geschaffenen Einkommensungleichheit ist immer mehr zu einer staatlichen Aufgabe geworden. Gründe für diese nicht selbstverschuldete ungleichmäßige Verteilung sind Unterschiede¹

- durch Gesetze und gesetzliche Ansprüche,
- bei Bemühung, Leistungswille oder Mitwirkung,
- bei Begabungen,
- bei Erwartungen über die Eigenschaften von Gütern,
- bei Geschmäckern,

¹Vgl. Acocella (1994), S. 248.

- bei Bedürfnissen und
- bei Befähigungen und Arbeitsweisen.

Um bei diesen nicht selbst verschuldeten Gründen trotzdem ein Minimum an Lebensstandard zu erhalten, greift der Staat ein. Diese staatliche Hilfe sichert vielen Familien mit geringem oder gar keinem Einkommen das Überleben. Kinder, die in arme Familien geboren werden, haben keine guten Zukunftsperspektiven. Aufgrund dessen haben viele Länder ein soziales Sicherheitsnetz, um Menschen unabhängig von ihrem Einkommen bei Krankheit, Arbeitslosigkeit und im Alter zu unterstützen. Diese Einkommensumverteilung ist stark mit der Besteuerung verknüpft.

Alternativ kann der Staat die Einkommensverteilung auch durch Sozialleistungsprogramme beeinflussen. Bei der Umverteilung erhalten ärmere Haushalte Zahlungen von besser verdienenden Haushalten, ohne dass sie gleichzeitig im Gegenzug einer produktiven Beschäftigung nachzugehen brauchen. Beispiele dafür sind die einkommensabhängigen Sozialleistungen und die Sozialversicherung.

2.2 Argumente für eine Einkommensumverteilung

Die Rechtfertigung für eine Einkommensumverteilung durch den Staat unterscheidet sich gegenüber anderen wirtschaftspolitischen Eingriffen. Diese sind nämlich immer dann gerechtfertigt, wenn es darum geht, ein Marktversagen zu korrigieren, wie zum Beispiel unvollkommener Wettbewerb, unvollständige Information oder externe Effekte. Aufgabe des Staates ist es dann, ein effizientes Ergebnis künstlich herzustellen.

Arbeits- und Kapitalmärkte sind aber effizient im Hinblick darauf, dass Löhne und Kapitalerträge eine entsprechende Anreizstruktur bilden. Diese durch den Markt bestimmte Einkommensverteilung ist allerdings ungleichmäßig, da einige Menschen ein sehr hohes Gehalt erhalten, wohingegen andere unterhalb der Armutsgrenze leben müssen. Diese ungerechte Verteilung ist die Begründung für den Staat, sich in die Einkommensverteilung einzumischen und beruht somit nicht auf dem Bestreben wirtschaftlich effizient zu sein, sondern

auf höhergestellten gesellschaftlichen Werten. Der Staat hat als Ziel, die soziale Wohlfahrtsfunktion zu maximieren und jedem Menschen ein Minimum an Lebensstandard zu gewähren. Von großer Bedeutung ist hierbei die Art des Eingriffes, da die Umverteilungspolitik oft im Widerspruch zur wirtschaftlichen Effizienz steht.

2.3 Pauschal- versus Einkommensteuer

Entscheidet sich der Staat, die ungleichmäßige Verteilung mit Steuern zu beseitigen, so hat er die Wahl zwischen zwei Steuerarten. Zum einen gibt es die einkommensunabhängige *Pauschalsteuer*. Diese hat keine Verzerrungseffekte, was bedeutet, dass der Steuerzahler hierbei keinen Einfluss durch sein Verhalten hat, die Steuerschuld zu verändern. Die Steuer selbst beeinflusst aber das Arbeitsverhalten des Steuerpflichtigen. Je mehr Geld er einnimmt, desto geringer wird seine prozentuale Belastung durch die Pauschalsteuer.

Die zweite Art der Besteuerung ist die *Einkommensteuer*. Das heißt, dass jedes Individuum einen einkommensabhängigen Prozentsatz seines Einkommens als Steuer bezahlen muss. Die Einkommensteuer ist eine verzerrende Steuer und hat zwei Wirkungen:

Einkommenseffekt: Die Individuen stellen sich schlechter, wodurch sie mehr arbeiten und weniger konsumieren.

Substitutionseffekt: Das Arbeitsentgelt verringert sich um den Betrag der Steuer, wodurch der Anreiz mehr zu arbeiten abnimmt. Somit substituiert das Individuum Konsumgüter durch Freizeit.

Der Vergleich der beiden Steuerarten ist in Abbildung 2.1 graphisch dargestellt.

Möchte der Staat jedem Menschen ein Einkommen oberhalb der Armutsgrenze zusichern, so muss er Personen, die aus nicht selbstverschuldeten Gründen (siehe Seite 1) benachteiligt sind, unterstützen. Also würde er wohl die Fähigsten besteuern und die Schlechtesten subventionieren wollen. Bei der Besteuerung dieser Qualifikation steht er jedoch vor dem Problem die Fähigkeiten jeder einzelnen Person beobachten zu müssen, um jedem eine von seinen Fähigkeiten

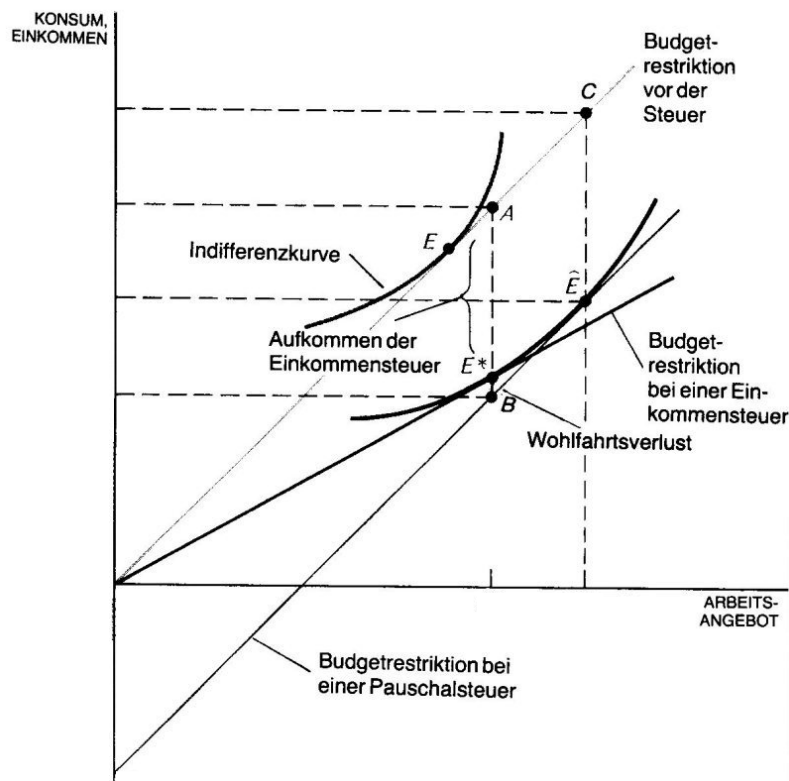


Abbildung 2.1: Vergleich zwischen Pauschal- und Einkommensteuer. Quelle: Stiglitz (1989), S. 459.

abhängige individuelle Pauschalsteuer aufzuerlegen. Da dies offensichtlich aber nicht möglich ist, werden die persönlichen Fähigkeiten aus dem individuellen Verhalten gefolgert. Es wird angenommen, je qualifizierter jemand ist, desto höher ist auch der Lohnsatz, zu dem er seine Arbeitskraft anbietet. In diesem Fall leitet man die Qualifikation einer Person aus ihrem Einkommen ab. Aus diesem Grund kann es sinnvoll sein, trotz der verzerrenden Wirkung, einkommensabhängige Steuern einzuführen.

Durch *private Information* kann es jetzt aber zu einer bewusst falschen Ausübung der eigenen Fähigkeiten kommen, um einer höheren Steuer zu entgehen. Um dieses zu verhindern, muss ein Anreiz geschaffen werden, der dazu führt, dass jeder genau soviel verdienen möchte, wie er in der Lage ist zu verdienen.

Systeme, die die Reichen stärker besteuern, beziehungsweise den Armen eine Unterstützung bieten, obwohl sie arbeitsfähig sind, haben zusätzliche negative Auswirkungen auf die Leistungsanreize. Diesen Effekt bezeichnet man als *Trade-off* zwischen Gerechtigkeit (der Verteilung der Steuereinnahmen) und Effizienz (der Gesamthöhe der Steuereinnahmen).

2.4 Kennzeichen eines guten Steuersystems

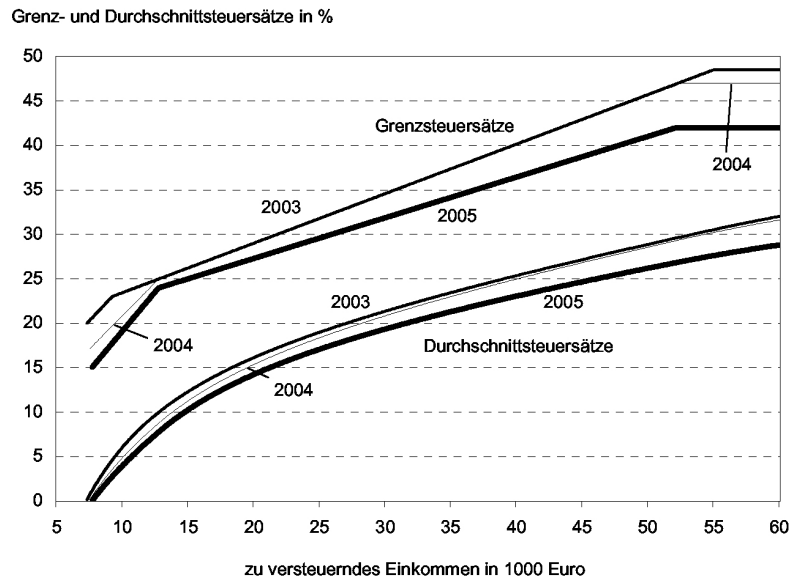
Die Struktur des Steuersystems wird in der Politik gerade wieder viel diskutiert. In Deutschland wird das Einkommen nach dem *linear progressiven Steuersystem* besteuert. Das heißt, der Grenzsteuersatz steigt mit jedem mehr verdienten Euro bis zum Höchststeuersatz von derzeit 45 % (42 % ab 2005) linear an. Der Durchschnittssteuersatz gibt das Verhältnis aus bezahlter Steuer und dem zu versteuernden Einkommen an. Er liegt stets unter dem Grenzsteuersatz, wie Abbildung 2.2 zeigt. Die besserverdienenden Menschen bezahlen demnach einen höheren Prozentsatz ihres Einkommens als die ärmeren Mitbürger. Hintergrund hierfür ist der *Utilitarismus*, der besagt, dass der Grenznutzen des Einkommens bei allen derselbe sein soll. Verbrauchssteuern für Tabak und Alkohol sind hingegen Beispiele für *regressive Steuern*, da die Armen einen viel größeren Anteil von ihrem Einkommen für diese Güter ausgeben müssen.

Ein grundlegendes Problem ist, dass jeder gerne staatliche Dienstleistungen oder Unterstützungen in Anspruch nehmen möchte, im Gegenzug aber nur ungern Steuern bezahlt. Trotz alledem gibt es klare Vorstellungen, wie ein gutes Steuersystem auszusehen hat. Es hat die folgenden fünf Eigenschaften²:

Gerechtigkeit: Obwohl es sich hierbei um ein subjektives Empfinden handelt, wird zwischen zwei wirtschaftswissenschaftlichen Grundsätzen der Gerechtigkeit unterschieden:

1. *Horizontale Gerechtigkeit* bedeutet, dass Menschen in der gleichen oder ähnlichen wirtschaftlichen Lage ungefähr die gleichen Steuern bezahlen sollten.

²Vgl. Stiglitz (1999), S. 607 f.



Quellen: Einkommensteuergesetz; eigene Berechnungen.

DIW Berlin 2003

Abbildung 2.2: Einkommensteuertarife 2003, 2004 und 2005. Quelle: Bach, Buslei, Rudolph, Schulz, Svindland (2003), S. 40.

2. *Vertikale Gerechtigkeit* bedeutet, dass Menschen, denen es wirtschaftlich besser geht, auch höhere Steuern bezahlen sollten.

Effizienz: Das Steuersystem sollte die Verteilung des Geldes durch den Markt so wenig beeinflussen wie möglich. Auch sollte ein bestimmtes Steuerertragsaufkommen zu möglichst geringen Kosten für die Steuerzahler erbracht werden. Sehr hohe Steuersätze können die Arbeitsbereitschaft und die Sparneigung reduzieren und somit zur Ineffizienz der Volkswirtschaft führen.

Einfachheit: Die Verwaltung des Steuersystems und das Eintreiben der Steuern verursachen beim Staat und den Steuerzahlern hohe Kosten. Zusätzlich zu diesen Kosten kommen Opportunitätskosten, wie die Zeit, in der Steuererklärungen ausgefüllt werden müssen statt Güter und Dienstleistungen zu produzieren. Hinzu kommen die Prämien für Steuerberater und Anwälte. Ein einfaches Steuersystem hilft, diese Kosten zu reduzie-

ren und beugt zusätzlich einigen Tricks, der Besteuerung zu entgehen, vor.

Flexibilität: Bei einem guten Steuersystem sollte eine Anpassung an die aktuelle wirtschaftliche Lage leicht durchzuführen sein.

Transparenz: Durch die Transparenz kann jeder leicht feststellen, wer wie viel Steuern bezahlen muss. Da Steuerzahler öffentliche Dienstleistungen konsumieren, sollten sie auch wissen, was sie und andere für die erhaltenen Leistungen bezahlen müssen.

3 Optimales Steuersystem

In diesem Kapitel geht es um die optimale Besteuerung eines Individuums bei privater Information. Ziel des Staates ist es, die soziale Wohlfahrtsfunktion zu maximieren. Zusätzlich muss in dem Steuersystem ein Anreiz stecken, um den Menschen dazu zu bewegen, wahre Angaben über seine Fähigkeiten zu machen und seine tatsächlichen Qualifikationen nicht zu verschleiern, wie bereits in Abschnitt 2.3 geschildert.

3.1 Grundlegende Annahmen und Definitionen

Um die Betrachtungen nicht zu kompliziert werden zu lassen, werden einige Einschränkungen gemacht. Es sei angenommen, den beobachteten Personen wird je nach den individuellen Fähigkeiten ein Lohnsatz von w bezahlt, wobei $0 < \underline{w} \leq w \leq \bar{w} < \infty$ gilt, also \underline{w} der niedrigste und \bar{w} der höchste bezahlte Lohn innerhalb der Gesellschaft ist. Die Verteilung der Einkommen innerhalb der Bevölkerung wird durch die Dichtefunktion $f(w)$ beschrieben. Das eigene Einkommen wird durch

$$Y(w) = w \cdot L(w) \tag{3.1}$$

ausgedrückt, wobei L die Menge an erbrachter Arbeit ist.

Weiterhin wird angenommen, der Staat erhebt Steuern, von denen er einen Betrag in Höhe von $R \geq 0$ für den eigenen Haushalt verwendet. Das Problem ist

jetzt die Verteilung der eingenommenen Steuern zwischen den einzelnen Personen. Im Falle $R = 0$ handelt es sich um eine reine Umverteilung der Steuern. Das heißt, einige Personen werden besteuert, wohingegen andere Subventionen bekommen, um den Wert der sozialen Wohlfahrtsfunktion zu maximieren. Der Staat selbst behält von den eingenommenen Steuern nichts zurück. Die administrativen Kosten werden in diesem Modell vernachlässigt.

Schließlich wird davon ausgegangen, dass jede Person nur eine Periode (zum Beispiel ein Fiskaljahr) lebt und während dieser Zeit seine kompletten Einnahmen abzüglich der gezahlten Steuern auf das Einkommen $T[Y(w)]$ ausgibt. Die Konsumkurve ergibt sich somit zu $C(w) = Y(w) - T[Y(w)]$. Mit (3.1) ergibt sich für die Budgetgerade für ein Individuum mit seinen Fähigkeiten

$$C(w) = w \cdot L(w) - T[w \cdot L(w)]. \quad (3.2)$$

3.2 Individuelle Nutzenmaximierung

Jedes Individuum maximiert seine Nutzenfunktion in Bezug auf L unter der Nebenbedingung der Budgetbeschränkung, nämlich

$$\begin{aligned} \max \quad & U[C(w), L(w)] \\ \text{s.t.} \quad & C(w) = w \cdot L(w) - T[w \cdot L(w)]. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Setzt man die Nebenbedingung in die Nutzenfunktion ein, so liefert das

$$\max \quad U[w \cdot L(w) - T[w \cdot L(w)], L(w)]. \quad (3.4)$$

Leitet man die Nutzenfunktion nach L ab und setzt sie gleich Null, so erhält man die erste Nebenbedingung für die spätere Berechnung der optimalen Steuer. Mit Hilfe der Kettenregel im Mehrdimensionalen erhält man,

$$U_C \cdot (1 - T') \cdot w + U_L = 0, \quad (3.5)$$

wobei $U_C \equiv \frac{\partial U}{\partial C}$, $U_L \equiv \frac{\partial U}{\partial L}$ und $T' = \frac{\partial T}{\partial Y}$ ist, wie im Anhang A.1 gezeigt wird. Bedenkt man, dass L eine Funktion von w ist, so kann (3.4) auch nach w abgeleitet werden und man erhält nach Einsetzen von (3.5) für den Grenznutzen eines Individuums

$$U' = -\frac{L \cdot U_L}{w}, \quad (3.6)$$

wobei $U' \equiv \frac{dU}{dw}$ ist. Auch diese Rechnung ist im Anhang A.1 nachvollzogen.

Es gilt $U_L < 0$ und $U' > 0$, was bedeutet, dass eine Person mit einer besseren Qualifikation diese auch präferiert, um die eigene Nutzenfunktion zu maximieren. Das ist wichtig, denn wie bereits gesehen, kann der Staat nur durch das Einkommen auf die Fähigkeiten der Menschen schließen. $U' > 0$ kann somit als diejenige Nebenbedingung aufgefasst werden, die den Anreiz liefert die Wahrheit über das eigene Können zu zeigen.

3.3 Maximierung der Wohlfahrtsfunktion

Der Staat ist daran interessiert, die soziale Wohlfahrtsfunktion

$$W = \int_{\underline{w}}^{\bar{w}} G(U) f(w) dw \quad (3.7)$$

durch eine entsprechende Steuerfunktion zu maximieren. $G(U)$ hängt hierbei davon ab, welcher volkswirtschaftlicher Ansatz zur Bildung der sozialen Wohlfahrtsfunktion gewählt wurde. Betrachtet man zum Beispiel den utilitaristischen Ansatz, so ist $G(U) \equiv 1$ die Identitätsfunktion. Beim Ansatz von RAWL ist $G'(U) = 0$ für $U > U_{min}$ und $G(U) = U$ für $U = U_{min}$.

Die Maximierung findet unter den Nebenbedingungen (3.6) und der gesamtwirtschaftlichen Budgetbeschränkung statt. Wenn $R = 0$ ist, also eine reine Umverteilung vorliegt, so ist die Budgetbeschränkung der gesamten Wirtschaft durch

$$Y = \int_{\underline{w}}^{\bar{w}} C(w) \cdot f(w) dw = \int_{\underline{w}}^{\bar{w}} w \cdot L(w) \cdot f(w) dw \quad (3.8)$$

gegeben. Diese Gleichung besagt, dass alles, was ausgegeben wird, vorher auch eingenommen wurde. Die hier vorliegende reine Umverteilung bewirkt lediglich, dass nicht jeder das ausgibt, was er auch selbst eingenommen hat.

Die Lösung dieses Problems liefert die Kontrolltheorie mit dem Maximumprinzip von PONTRYAGIN. In diesem Fall ist U die Zustandsvariable und $L(w)$ die

Kontrollvariable. Das liefert die HAMILTON-Funktion

$$\mathcal{H} = [G(U) - \gamma \cdot (C(w) - Y(w))] \cdot f(w) + \lambda U'. \quad (3.9)$$

Setzt man hier die bekannten Beziehungen ein, so ergibt das

$$\mathcal{H} = [G(U[C(w), L(w)]) - \gamma \cdot (C(w) - w \cdot L(w))] \cdot f(w) - \lambda \frac{L \cdot U_L}{w}. \quad (3.10)$$

Ableiten nach L und Nullsetzen von (3.10) liefert den Zusammenhang im Optimum, nämlich

$$\frac{T'}{1 - T'} = -\frac{\lambda U_C \varepsilon^*}{\gamma w f(w)}, \quad (3.11)$$

wie im Anhang A.2 gezeigt wird. Hierbei ist $\varepsilon^* = \frac{\partial \ln(\frac{dU}{dw})}{\partial \ln L} = \frac{\partial \ln(-\frac{L U_L}{w})}{\partial \ln L}$ die kompensierte Arbeitsangebotselastizität in Abwesenheit von Steuern. Diese Kenngröße misst, wie stark sich eine Änderung der Steuern auf das Arbeitsangebot der Individuen auswirkt. Das Wort „kompensiert“ bedeutet hierbei, dass das Individuum dabei auf derselben Indifferenzkurve bleibt.

3.4 Eigenschaften des optimalen Steuersatzes

Für die Interpretation des Ergebnisses wird ausgenutzt, dass weiterhin

$$\frac{-d\lambda}{dw} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial U} = \left(G' - \gamma \frac{\partial C}{\partial Y} \right) f(w) - \lambda \frac{L}{w} U_{LC} \frac{\partial C}{\partial Y} \quad (3.12)$$

gelten muss³. Nimmt man an, dass $U_{LC} = 0$ ist, weil U_L von C unabhängig ist, so ergibt sich

$$\frac{-\lambda}{\gamma} = \int_w^\infty \frac{1}{U_C} - \frac{G'}{\gamma} dF. \quad (3.13)$$

In (3.11) eingesetzt liefert das die Beziehung

$$\frac{T'}{1 - T'} = U_C \left(\int_w^\infty \frac{1}{U_C} - \frac{G'}{\gamma} dF \right) \frac{\varepsilon^*}{w f(w)}. \quad (3.14)$$

Die Bedeutung des Integrals auf der rechten Seite kann wie folgt verstanden werden: Der Gewinn durch Erhöhung der Staatseinnahmen ist $\frac{1}{U_C}$ pro Person.

³Vgl. Atkinson (1980), S. 416 ff.

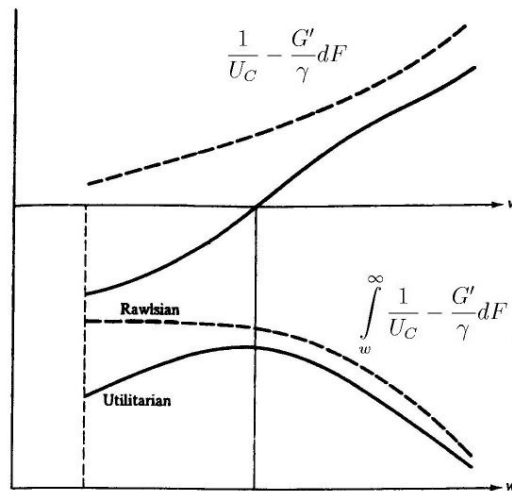


Abbildung 3.1: Interpretation der optimalen Steuerbedingung. Quelle: Atkinson (1980), S. 418.

Die Kosten hierfür sind ein Verlust der sozialen Wohlfahrt um $\frac{G'}{\gamma}$ je Einheit Staatseinnahmen. Das Integral drückt somit die Nettoänderung des Grenznutzens über w aus, was Abbildung 3.1 veranschaulicht.

Der Faktor $\frac{\varepsilon^*}{wf(w)}$ hat dabei folgenden tendentiellen Einfluss auf den optimalen Grenzsteuersatz:

1. Der Grenzsteuersatz sollte niedriger sein, je höher der Anteil der Bevölkerung $f(w)$ ist, die genau das Einkommenslevel haben, der diesen Steuersatz bezahlen muss. Um Verzerrungseffekte durch die Steuer zu verringern, falls ein großer Teil der Bevölkerung auf einmal davon betroffen ist, sollte der Grenzsteuersatz gesenkt werden. Geht man von einer eingipfligen Verteilung aus, so sollte das Steuersystem erst degressiv und dann progressiv sein.
2. Der Grenzsteuersatz sollte niedriger sein, je höher die Leistungsfähigkeit (also w) einer bestimmten Gruppe innerhalb der Bevölkerung ist. Der Verlust durch die Verzerrungseffekte der Besteuerung einer Gruppe mit hoher Produktivität ist höher als bei einer Gruppe mit geringer Produktivität.

3. Der Grenzsteuersatz sollte höher sein, je geringer die Elastizität des Arbeitsangebotes ist, wodurch ε^* steigt und somit die Auswirkungen auf das Arbeitsangebot größer sind.

Allgemein lassen sich noch folgende Schlussfolgerungen auf die optimale Struktur der Steuer ziehen⁴:

1. In Anwesenheit einer anreizschaffenden Nebenbedingung in Form von (3.6) wird ein Grenzsteuersatz von über 100 % niemals optimal sein. Niemand wird es profitabel finden, ein höheres Bruttoeinkommen zu haben, wenn dadurch sein Nettoeinkommen sinkt. Das wäre dann eher ein Anreiz dafür, seine Fähigkeiten zu verbergen und weniger zu verdienen. Es gilt demnach $0 \leq T' < 1$.
2. Der Grenzsteuersatz der fähigsten Person sollte Null sein. Somit wird die entmutigende Wirkung der Steuer die Wahrheit zu sagen reduziert. Dies ist jedoch nur lokal an der Spitze gültig, wodurch der Staat weiterhin von dieser Person eine hohe durchschnittliche Steuer erhält.

Eine genauere Definition des Steuertarifs lässt sich im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht angeben, da dafür explizite Angaben zur individuellen Nutzenfunktion und der sozialen Wohlfahrtsfunktion benötigt werden, beziehungsweise wie die Verteilung der Nutzenniveaus in das Wohlfahrtskalkül eingeht.

Geht man aber davon aus, dass λU_C schneller gegen Null geht als $f(w)$, so sollte das Steuersystem erst progressiv und am oberen Ende der Einkommensverteilung degressiv sein. Die optimale Steuerfunktion könnte also etwa so aussehen, wie in Abbildung 3.2. Es kann jedoch nicht angegeben werden, wie stark die Degression, beziehungsweise Progression sein sollte, da das Modell zu kompliziert ist und zu viele Faktoren den Grenzsteuersatz zum Teil widersprüchlich beeinflussen⁵.

3.5 Kritik des Modells

Das hier vorliegende Modell unterliegt sehr starken Vereinfachungen. Es wurde die unrealistische Annahme getroffen, eine Person lebe nur eine Zeitperiode

⁴Vgl. Acocella (1994), S. 258.

⁵Vgl. Biene (1985), S. 147 f.

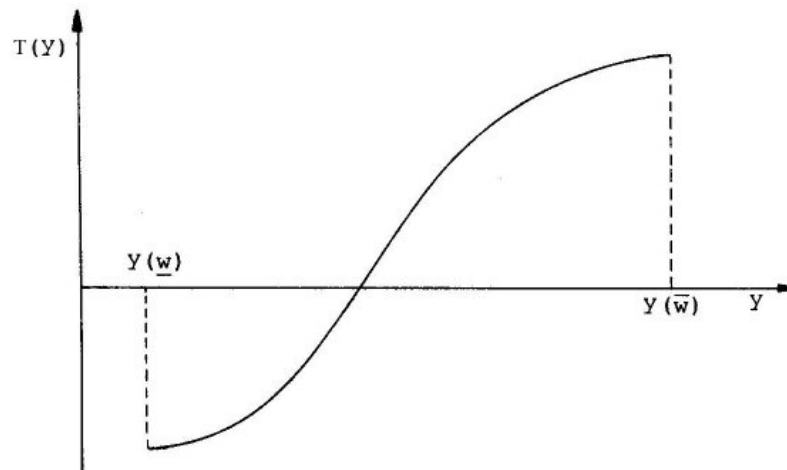


Abbildung 3.2: Optimale Steuerfunktion. Quelle: Biene (1985), S. 148.

und gebe währenddessen ihr gesamtes Einkommen aus. Auch die unterschiedliche Konsumfreudigkeit der Individuen wurde nicht berücksichtigt. Überhaupt werden die einzelnen Personen nur anhand ihres Lohns (also ihrer Fähigkeiten) unterschieden. Auf individuelle Vorlieben wird keine Rücksicht genommen.

Die Annahme, dass der Staat das ganze durch Steuern eingenommene Geld nur unverteilt, entspricht nicht der Realität. Ebenso wenig die Vernachlässigung von administrativen Kosten und die Annahme von konstanten Löhnen und Preisen. Hinzu kommt, dass die Arbeitsangebotsfunktion $L(w)$ nicht auf die Besteuerung reagiert.

Trotz alledem gibt das Modell Aufschluss über die Form eines optimalen Steuersystems bei privater Information. Eine qualitative Aussage, zum Beispiel über die Steigung des Grenzsteuersatzes, war nicht zu erwarten. „The purpose is rather to explore the implications of different beliefs about how the world works or about how governments should behave” (Vgl. Atkinson (1980), S. 423.).

A Mathematischer Anhang

A.1 Nachweis für Gleichungen (3.5) und (3.6)

Allgemein lautet die Kettenregel für das Differenzieren im Mehrdimensionalen einer Funktion $f = f(x, y)$ mit $x = x(t)$ und $y = y(t)$

$$f' = \frac{df}{dt} = f_x x' + f_y y' = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt}. \quad (\text{A.1})$$

Leitet man (3.4) nach L ab, so ergibt sich folgende Rechnung

$$\begin{aligned} (U[C(w), L(w)])' &= U_C \frac{dC}{dL} + U_L \frac{dL}{dL} \\ &= U_C \frac{d(wL - T(wL))}{dL} + U_L \cdot 1 \\ &= U_C(w - w \cdot T') + U_L \\ &= U_C(1 - T')w + U_L, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

also genau (3.5).

Leitet man U nach w ab, ergibt sich

$$\begin{aligned} U' &= U_C \frac{dC}{dw} + U_L \frac{dL}{dw} \\ &= U_C(L + wL' - T' \cdot (L + wL')) + U_L \cdot L' \\ &= U_C((1 - T') \cdot (L + wL')) + U_L \cdot L'. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Setzt man (A.2) für U_C in (A.3) ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} U' &= -\frac{U_L}{(1 - T')w} \cdot ((1 - T') \cdot (L + wL')) + U_L \cdot L' \\ &= -\frac{U_L L + U_L w L'}{w} + U_L \cdot L' \\ &= -\frac{U_L L}{w} - \underbrace{\frac{U_L w L'}{w}}_{=0} + U_L \cdot L' \\ &= -\frac{L U_L}{w}, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

und damit (3.6).

A.2 Maximierung der HAMILTON-Funktion

Gegeben ist die HAMILTON-Funktion aus (3.10)

$$\mathcal{H} = [G(U[C(w), L(w)]) - \gamma \cdot (C(w) - w \cdot L(w))] \cdot f(w) + \lambda U'. \quad (\text{A.5})$$

Ableiten nach L liefert

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{H}}{dL} &= \left[\frac{dG}{dL}(U) \cdot \left(\frac{dU}{dL} \right) - \gamma \cdot \left(\frac{dC}{dL} - \frac{dL}{dL} \cdot w \right) \right] f(w) + \lambda \frac{dU'}{dL} \\ &= [-\gamma \cdot (w - w \cdot T' - w)] f(w) - \frac{\lambda}{w} (U_L + L \cdot U_{LL}) \\ &= [\gamma \cdot (\underbrace{-w \cdot (1 - T') + w}_{= -\frac{U_L}{U_C}})] f(w) - \frac{\lambda}{w} (U_L + L \cdot U_{LL}) \\ &= \left[\gamma \cdot \left(\frac{U_L}{U_C} + w \right) \right] f(w) - \frac{\lambda}{w} (U_L + L \cdot U_{LL}) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Nullsetzen und Umsortieren der Terme bringt

$$\begin{aligned} \left[\gamma \cdot \left(\frac{U_L}{U_C} + w \right) \right] f(w) - \frac{\lambda}{w} (U_L + L \cdot U_{LL}) &= 0 \\ \iff \frac{\lambda}{w} (U_L + L \cdot U_{LL}) &= \left[\gamma \cdot \left(\frac{U_L}{U_C} + w \right) \right] f(w) \\ \iff \frac{\lambda}{\gamma f(w)} \left(\frac{U_L + L \cdot U_{LL}}{w} \right) &= \frac{U_L}{U_C} + w \\ \iff \frac{\lambda}{\gamma w f(w)} \left(\frac{U_L + L \cdot U_{LL}}{w} \right) &= 1 + \frac{U_L}{w U_C}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Mit (3.5) ergibt sich für $1 + \frac{U_L}{w U_C} = T'$. Dividieren auf beiden Seiten durch $(1 - T')$ führt zu

$$\begin{aligned} \frac{T'}{1 - T'} &= \frac{\lambda}{\gamma w f(w) \cdot (1 - T')} \left(\frac{U_L + L \cdot U_{LL}}{w} \right) \\ &= -\frac{\lambda w U_C}{\gamma w f(w) U_L} \left(\frac{U_L + L \cdot U_{LL}}{w} \right) \\ &= -\frac{\lambda U_C}{\gamma w f(w)} \left(\frac{U_L + L \cdot U_{LL}}{U_L} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Führt man die kompensierte Arbeitsangebotselastizität in Abwesenheit von Steuern mit

$$\begin{aligned}
 \varepsilon^* &= \frac{\partial \ln \frac{dU}{dw}}{\partial \ln L} = \frac{\partial \ln - \left(\frac{LU_L}{w} \right)}{\partial \ln L} \\
 &= \frac{\partial \ln - \left(\frac{LU_L}{w} \right) \frac{\partial L}{\partial L}}{\partial \ln L} \\
 &= \frac{\partial \ln - \left(\frac{LU_L}{w} \right)}{\partial L} \cdot \left(\frac{\partial \ln L}{\partial L} \right)^{-1} \\
 &= \left(\frac{\partial \ln L}{\partial L} + \frac{\partial \ln - U_L}{\partial L} \right) \cdot L \\
 &= 1 + \frac{U_{LL}L}{U_L} \\
 &= \frac{U_L + U_{LL}L}{U_L} \tag{A.9}
 \end{aligned}$$

ein und setzt sie in (A.8) ein, so liefert dieses (3.11), nämlich

$$\frac{T'}{1 - T'} = - \frac{\lambda U_C \varepsilon^*}{\gamma w f(w)}. \tag{A.10}$$

Literatur

- [1] Acocella, Nicola (1994): *The Foundations of Economic Policy*, Cambridge University Press, 247 ff.
- [2] Atkinson, Anthony B., Stiglitz, Joseph E. (1980): *Lectures on Public Economy*, Economics Handbook Series, McGraw-Hill, 404 ff.
- [3] Bach, S., Buslei, H., Rudolph, H.-J., Schulz, E., Svindland, D. (2003): *Aufkommens- und Belastungswirkungen der Lohn- und Einkommensteuer 2003 bis 2005*, DIW Berlin, 52.
- [4] Biene, Peter (1985): *Die Theorie der optimalen Besteuerung unter wohlfahrtsökonomischen Aspekten*, Verlag V. Florentz, 116 ff.
- [5] Stiglitz, Joseph E. (1989): *Finanzwissenschaft*, 2. Auflage, Oldenbourg Verlag, 452 ff.
- [6] Stiglitz, Joseph E. (1999): *Volkswirtschaftslehre*, 2. Auflage, Oldenbourg Verlag, 602 ff.
- [7] Varian, Hal R. (2001): *Grundzüge der Mikroökonomik*, 5. Auflage, Oldenbourg Verlag.

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Braunschweig, 16.05.2004