Risikopolitik von Banken

Seminararbeit im Rahmen des Seminars
„Bankbetriebslehre"
im Wintersemester 2003/2004
Thema Nr. 7

vorgelegt am 15.12.2003 von

Andreas Baude
Finanz- und Wirtschaftsmathematik
A.Baude@tu-bs.de

Technische Universität Braunschweig
Institut für Wirtschaftswissenschaften
Abteilung Finanzwirtschaft
Univ.-Prof. Dr. Marc Gürtler

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis

Symbol	**Beschreibung**
$C(e)$	Kostenfunktion
e	Fremdmittel
$F(I)$	Brutto-Ertragsfunktion
G	Größenwert der Risikoaversion
H	Summe der Hedgingpositionen
I	Netto-Einzahlung der Investition
M	Marktfaktor
$P(w)$	maximaler Gewinn
r	risikoloser Zins
t	diskreter Zeitpunkt
k	erwarteter Rückfluß der Hedgingpositionen
K	Eigenkapital
V	Marktwert
w	Vermögen
Z_H	Auszahlung der Hedgingpositionen
Z_N	Auszahlung der neuen Investition(en)
Z_P	Auszahlung des Portfolios
ε_N	Risiko der neuen Investition(en)
ε_P	Risiko des Portfolios
α	zu investierende Menge
γ	Marktpreis des Risikos pro Einheit
μ_N	erwarteter Rückfluß der neuen Investition(en)
μ_P	erwarteter Rückfluß des Portfolios
π_i	Rückfluß der i-ten Investition
τ	Kapitalkostenfaktor

1 Einleitung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Risikopolitik von Banken. Unter Risiko versteht man die Gefahr, daß ein eintretendes Ergebnis negativ von dem Erwarteten abweicht. Das Gegenteil hierzu bezeichnet man als Chance[1]. Bei der Beurteilung bankbetrieblicher Risiken geht es weniger um betriebliche Risiken im allgemeinen, wie zum Beispiel Absatzschwankungen. Vielmehr geht es um solche, die durch die Intermediärfunktion der Banken entstehen. Auf die verschiedenen Arten von Risiken und deren Absicherung wird im folgenden Kapitel eingegangen.

Der zweite Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Bestimmung von Prämien für Kreditrisiken. Hierfür wurde das Modell von Froot/Stein zugrunde gelegt. Im Anschluß daran folgt ein Vergleich mit dem in der Praxis weit verbreiteten RAROC-Ansatz.

2 Bankbetriebliche Risiken

2.1 Arten bankbetrieblicher Risiken

Die bankbetrieblichen Risiken lassen sich in fünf Arten einteilen, die alle verschiedene Ursachen haben. Das *Ausfallrisiko* besteht darin, daß vereinbarte Zahlungen der Kreditnehmer aus unterschiedlichen Gründen ausbleiben. Beim *Liquiditätsrisiko* liegt die Gefahr im sofortigen Abzug von Einlagen oder der Beanspruchung von Kreditzusagen in einer Höhe, die die liquiden oder kurzfristig liquidierbaren Mittel übersteigt, oder durch verspätete Rückzahlung von Aktiva. Entsprechende Finanztitel zum Ausgleich sind an den Finanzmärkten nicht liquidierbar oder beschaffbar. Ändern sich Preise, Zinssätze, Aktienkurse oder Wechselkurse zu Ungunsten der Bank, so spricht man vom *Preisrisiko*. Das beinhaltet auch negative Abhängigkeiten zwischen verschiedenen Marktrisiken innerhalb eines Portfolios. Zu den *operationellen Risiken* gehören sowohl Fehler in der Abwicklung von Transaktionen, als auch Schwachstellen in der Überwachung und Kontrolle oder in mathematischen Modellen. Ebenfalls sind Änderungen von Vorschriften und Gesetzen, aber auch Unruhen, Krieg und Naturkatastrophen dazuzuzählen. Abschließend bleiben noch die *strategischen Risiken* zu erwähnen. Hierunter versteht man das Risiko, eine falsche Strategie zu verfolgen oder eine gewählte Strategie nicht umsetzen zu können. Auch Geschäftschancen nicht zu nutzen gehört in diese Kategorie.

---
[1] Vgl. Geiger (1999a), S. 556.

Mit der Absicherung dieser Risiken beschäftigt sich das Risikomanagement einer Bank. Dieses hat zur Aufgabe Risiken zu erkennen und dann eine Gefahrenbewertung durchzuführen. Eine Risikoübernahme erfolgt dann je nach Konzept der Bank. Hierbei unterscheidet man zwischen drei Hypothesen[2]:

Risikovermeidungshypothese: Keine Übernahme von erkennbaren Risiken, es werden nur sichere Kredite vergeben.

Risikoabgeltungshypothese: Gegenteil der Risikovermeidung. Hier wird jedes Risiko gegen eine entsprechende Prämienzahlung übernommen.

Risikonormierungshypothese: Eine Mischung aus den ersten beiden Hypothesen. Risiken werden bis zu einem bestimmten Niveau gegen entsprechende Prämienzahlungen übernommen.

Die dritte Hypothese ist diejenige, die die größte Akzeptanz in der Praxis gefunden hat.

2.2 Management von Ausfallrisiken

Zur Begrenzung der Ausfallrisiken von Einzelgeschäften wird bereits im Vorfeld im Rahmen einer Kreditwürdigkeitsprüfung die wirtschaftliche Situation eines Kreditnehmers überprüft. Diese Kontrolle beeinhaltet ebenfalls seine Bereitschaft sich überhaupt an den Vertrag halten zu wollen. Der Vertrag wird also so angelegt, daß ein bankenfeindliches Verhalten nahezu unmöglich oder arg verteuert wird. Sollte der Kreditnehmer aber bereits bei Vertragsabschluß nicht vorhaben den Kredit zurückzubezahlen, so nimmt er höhere Kosten billigend in Kauf. Um diese zusätzlichen nicht erwarteten Ausfälle zu minimieren, werden häufig Sicherheiten auf Seiten des Kreditnehmers verlangt. Zusätzlich können mit Hilfe von Bürgschaften und Kreditderivaten die Ausfallrisiken auf eine dritte Partei abgeschoben werden. Bei Großkrediten kann eine so differenzierte Betrachtung allerdings nicht durchgeführt werden. Hier greift man auf ein sogananntes *Rating* zurück, in dem Unternehmen in Gruppen nach Kreditwürdigkeit eingeteilt werden.

In einer Bank kann das Risiko eines Kredites aber nicht isoliert betrachtet werden, da entscheidend ist, welches Risiko das Portfolio einer Bank insgesamt hat. Für einen neuen Vertragsabschluß ist demnach die Risikoänderung von Interesse. Folglich können die Risikoprämien innerhalb sehr kurzer Zeit schwanken, je nachdem wie das aktuelle Portfolio der Bank aussieht. Bei unterschiedlichen Banken kann die Risikoprämie für denselben Finanztitel deshalb auch unterschiedlich sein. Auch die Reihenfolge der Kreditabschlüsse ist

[2] Vgl. Hartmann-Wendels, Pfingsten, Weber (2000), S. 543 f.

entscheidend. Die eben genannten Tatsachen sprechen gegen die übliche Festsetzung von Standardkonditionen im privaten Kreditgeschäft. Die dadurch resultierenden Schwankungen der Prämien für Kredite würden aber zu Irritationen bei den Kunden führen. Die Art der Kredite beeinflussen das Portfolio der Bank, wodurch Kredite mit identischen Renditeverteilungen unterschiedliche Risikoprämien besitzen können. Probleme kann es dadurch beim Aufbau von Kreditbeziehungen im Großkundenbereich geben, da Banken mit anderem Portfolio eventuell günstigere Risikoprämien verlangen können.

2.3 Management von Liquiditätsrisiken

Banken haben, wie jedes andere Unternehmen auch, das Bestreben zu jedem Zeitpunkt zahlungsfähig zu sein. Es müssen also jederzeit Zahlungseingänge und Zahlungsabgänge übereinstimmen, wodurch die Dauer der Kapitalüberlassung von großer Bedeutung ist. Nach der *„Goldenen Bankregel*[3]*"* sollen nur Kredite in der Höhe und Länge vergeben werden, in der die Bank selbst Einlagen hat. Dies ist nicht zu realisieren, da

- Zahlungen nicht immer fristgerecht eingehen oder
- Zahlungsmittel kurzfristig durch den Verkauf von Wertpapieren nicht beschafft werden können.

Um die durch diese Probleme entstehenden Liquiditätsrisiken abzusichern, gibt es verschiedene Theorien, die die „Goldene Bankregel" abschwächen.

Hierzu gehört die *Bodensatztheorie*, die davon ausgeht, daß es einen Sockel an Einlagen gibt, der unabhängig von Fristigkeiten erhalten bleibt. Diese Theorie wird durch das folgende Beispiel verdeutlicht.

Beispiel 2.1 (Bodensatztheorie):
Betrachtet werden 48 Haushalte, die sich jeweils alle 4 Jahre (also alle 48 Monate) ein neues Auto für 24.000 € kaufen und damit rechnen für das gebrauchte Fahrzeug noch 12.000 € zu erhalten. Die Kaufzeitpunkte sind gleich verteilt, d.h. jeden Monat wird genau ein Auto gekauft. Um dieses Geschäft zu finanzieren, zahlt jeder Haushalt monatlich 250 € in einen Sparvertrag mit vierjähriger Laufzeit ein. Die Preissteigerung wird durch Zinsen kompensiert. Jeden Monat entsteht also folgende Situation:

Haushalt	1	2	...	47	48
Höhe Spartvertrag	0 €	250 €	...	11.750 €	12.000 €

[3] Vgl. Hübner (1854), S. 59.

Haushalt 1 und 48, Haushalt 2 und 47, ..., Haushalt 24 und 25 haben jeweils zusammen 12.000 € auf den Sparverträgen. Es liegen demnach also zu jedem Zeitpunkt insgesamt 12.000 € $\cdot \frac{48}{2} =$ 288.000 € auf den Sparverträgen, die als Bodensatz erhalten bleiben.

Das Hauptproblem dieser Theorie ist, daß der Bodensatz aufgrund von Zinsschwankungen keinesfalls konstant sein muß. Auch unerwartete Kreditinanspruchnahmen stellen ein Risiko dar.

Die *„Shiftability Theory"* geht einem anderen Ansatz nach die „Goldene Bankregel" abzuschwächen. Durch den Verkauf von Vermögensgegenständen kann Liquidität geschafft werden. Hierbei ist der Zeitraum von Interesse, in dem sie liquidiert werden können. Für diesen Ansatz eignen sich besonders börsennotierte Wertpapiere. Kreditgeschäfte und Forderungen sind dagegen eher schlecht zu veräußern, da die Bonität der Kreditnehmer in der Regel nicht bekannt ist. Fürchten jedoch alle Anleger um ihre Einlagen, so werden diese komplett abgezogen und der Bodensatz fällt damit auf Null. Auch der Verkauf von Aktiva zur Herstellung der Liquidität kann nur unter höheren Abschlägen erfolgen. Aus diesen Gründen fordert die *„Maximalbelastungstheorie"*, daß die Summe der Verluste bei diesen vorzeitigen Abtretungen niemals größer sein darf als das Eigenkapital der Bank.

2.4 Management von Zinsänderungsrisiken

Das Zinsänderungsrisiko unterteilt sich in drei verschiedene Arten:

1. Das Festzinsrisiko entsteht durch unterschiedliche Zinsbindungsdauern auf Aktiv- und Passivseite.

2. Variable Zinsänderungsrisiken entstehen durch unterschiedliches Zinsanpassungsverhalten variabel verzinslicher Positionen.

3. Abschreibungsrisiken entstehen durch Marktwertrückgänge der Aktivposten.

Um solche Risiken zu minimieren, wurde die *Zinsbindungsbilanz* eingeführt. Diese besagt, daß Zinsänderungen keine Ergebnisänderungen bewirken, sofern für jede Laufzeit die Volumina auf Aktiv- und Passivseite gleich groß sind. Eine Verfeinerung hiervon ist die *Zinsablaufbilanz*, die nicht nur einen bestimmten Stichtag berücksichtigt. An mehreren Zeitpunkten werden die Festzinsbestände überprüft, damit Unstimmigkeiten, die im Zeitablauf auftreten können, sofort sichtbar werden.

3 Das Modell von Froot/Stein

Die Hauptaufgabe von Banken ist es in Anlagevermögen zu investieren, welches aufgrund intensiven Informationsbedarfes nicht uneingeschränkt gehandelt werden kann. Dieses Modell beschäftigt sich mit der Preisbestimmung von Risikoprämien für Kreditrisiken, wozu insbesondere die Ausfallrisiken (Abschnitt 2.2) zählen. Diese lassen sich am Kapitalmarkt nicht oder nur schwer hedgen. Ein Standardbeispiel hierfür ist ein Währungsswap, der im folgenden betrachtet wird. Das Währungsrisiko des Swaps kann leicht am Kapitalmarkt gesichert werden, ganz im Gegensatz zum Kreditrisiko. Wenn eine Bank einen Währungsswap nutzen will, müssen folgende Punkte berücksichtigt werden:

- Der Preis des Swaps sollte unabhängig von den Risikopräferenzen der Bank bezüglich Währungsrisiken sein.
- Der Preis des Swaps sollte lediglich von der Einstellung der Bank zum Kreditrisiko abhängen.

Das bedeutet, daß sich der Preis eines Swaps zwischen einzelnen Banken unterscheiden wird, je nachdem wie der Swap das Portfolio der Bank beeinflußt.

Für die weiteren Untersuchungen sei angenommen, daß eine Bank eine Maximierung des Unternehmenswertes anstrebt. Weiterhin hat sie gute Gründe sich um Risikomanagement zu kümmern, und nicht alle Risiken lassen sich am Kapitalmarkt hedgen. Von risikoaversem Handeln seitens der Bank kann ausgegangen werden, da die Aufnahme von Fremdmitteln steigende Kosten mit sich zieht. Falls also ein Negativereignis das Kapital vernichten sollte, entstehen Kosten die Bilanz neu aufzubauen. Um die Rechnungen nicht zu kompliziert werden zu lassen, wird auf regierungsbasierte Ausfall- bzw. Einlageversicherungen verzichtet.

3.1 Annahmen und Zeiteinteilung

Es wird im folgenden von drei Zeitpunkten $t = 0, 1, 2$ ausgegangen (siehe Abbildung 1). In den ersten beiden Zeitpunkten werden die Kapitalstruktur gewählt und über Hedging- und Finanzierungsmaßnahmen entschieden. Der letzte Zeitpunkt liefert eine Abhängigkeit, die sowohl die Maximierung des Vermögenswertes, als auch einen Grund sich um Risikomanagement zu kümmern, beinhaltet.

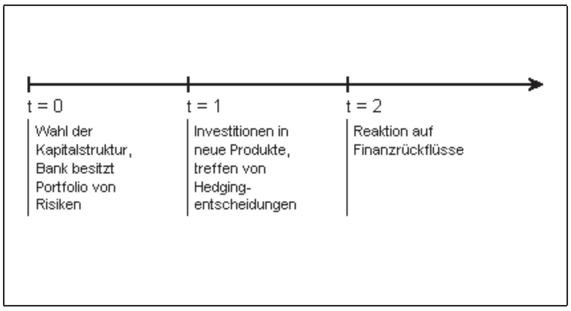

Abbildung 1: Zeiteinteilung

3.1.1 Wahl der Kapitalstruktur ($t = 0$)

Die Bank besitzt im Zeitpunkt $t = 0$ ein Portfolio von risikobehafteten Finanzmitteln, welches in $t = 2$ eine zufällige Auszahlung von

$$Z_P = \mu_P + \varepsilon_P, \tag{3.1}$$

liefert, wobei μ_p der Erwartungswert ist und ε_p das Risiko in Form einer Störgröße widerspiegelt. Der Einfachheit halber sei davon ausgegangen, daß es sich um einen Zero-Bond handelt, also keine Zahlungsverpflichtungen in $t = 0$ entstehen. Die einzige Entscheidung, der die Bank zu diesem Zeitpunkt gegenübersteht, ist, wieviel Eigenkapital K gehalten werden soll. Zum Beispiel könnte die Bank statt einen Betrag K zu halten, in risikolose Schatzanweisungen investieren. Eine Notreserve durch Kapitalhaltung zu schaffen verursacht Kosten durch Eigenfinanzierung in Höhe von τK, da auf Zinseinnahmen verzichtet wird.

3.1.2 Investition in neue Produkte und Hedgingentscheidungen ($t = 1$)

Angenommen die Bank investiere nur in ein einziges Produkt (die Erweiterung auf mehrere Produkte erfolgt in Abschnitt 3.2.4), dann hat dieses in $t = 2$ eine zufällige Rückzahlung von

$$Z_N = \mu_N + \varepsilon_N. \tag{3.2}$$

Zuerst muß die Bank die Entscheidung treffen wie hoch die Menge α am neuen Produkt ist, in das sie investieren will. Danach entscheidet sie wie sie das Anfangsportfolio und das neue Produkt hedgen will. Sei H im weiteren die Gesamtsumme der Hedgingpositionen und Z_H die zugehörige Auszahlung. Das Bankvermögen in $t = 2$ ergibt sich somit zu

$$w = Z_P + \alpha Z_N + Z_H + K \cdot (1 - \tau). \tag{3.3}$$

Der Geldbetrag, den die Bank in $t = 2$ haben wird, ist also von den Finanzmitteln des Startportfolios, des neuen Produktes, der Hedgingstrategie und des in $t = 0$ gehaltenen Kapitals abhängig.

3.1.3 Reaktion auf Finanzrückfluß ($t = 2$)

Um der Bank einen Anreiz zu geben sich um Risikopolitik zu kümmern, sei davon auszugehen, daß sich der Bank, nachdem sie die Auszahlung w erhalten hat, neue Investitionsmöglichkeiten bieten. Diese Investitionen benötigen eine Einzahlung von I und haben eine konkave Brutto-Ertragsfunktion $F(I)$. Für diese Finanzierung kann entweder vorhandenes Kapital genommen oder Fremdmittel in Höhe von e aufgenommen werden, wodurch eine konvexe Kostenfunktion $C(e)$ entsteht. Daraus ergibt sich $I = w + e$. Das Maximierungsproblem für die Bank läßt sich jetzt schreiben als

$$\begin{aligned} P(w) = \quad & \max \quad F(I) - I - C(e) \\ & s.t. \quad I = w + e. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Bei der Funktion $P(w)$ handelt es sich um eine konkave, streng monoton steigende Funktion, wodurch $P_w > 0$ und $P_{ww} < 0$ ist. Das bedeutet, je schwerer es für die Bank ist kurzfristig Fremdmittel in $t = 2$ aufzunehmen, desto risikoaverser ist sie im Hinblick auf die Schwankungen von w. Sollte es der Bank nicht möglich sein überhaupt Gelder aufzunehmen, muß sie I komplett selber durch w finanzieren.

3.2 Modellanalyse

Am einfachsten ist es bei der Analyse dieses Modells rückwärts vorzugehen. Wie bereits in Abschnitt 3.1.3 gesehen, kann eine beliebige Realisierung von w in $t = 2$ auf eine Funktion $P(w)$ abgebildet werden, sobald man $F(I)$ und $C(e)$ bestimmt hat. In Zeitpunkt 1 stellt sich die Frage nach dem Marktwert der Bank, wenn w noch unsicher ist. Insbesondere ist also die Wahl von H und α von Interesse.

3.2.1 Bewertung der Bank in $t = 1$

Aus Sicht von $t = 1$ ist die Auszahlung $P(w)$ unsicher. Um diese Zufallsvariable zu bewerten, wird das Ein-Faktor-Modell[4] zugrunde gelegt. Sei der Wert des Bankvermögens

$$V = \frac{\mathrm{E}P(w) - \gamma \cdot \mathrm{Cov}(P(w), M)}{1 + r}, \tag{3.5}$$

wobei M der Marktfaktor, γ der Marktpreis des Risikos und r der risikolose Zins zwischen $t = 1$ und $t = 2$ ist. Es handelt sich hierbei um den abgezinsten erwarteten maximalen Gewinn abzüglich eines Sicherheitsabschlages.

[4]Siehe Breuer, Gürtler, Schuhmacher (1999).

3.2.2 Optimale Hedgingstrategie in $t = 1$

Ziel der Risikopolitik der Bank ist es V zu maximieren. Angenommen alle Risiken können am Markt perfekt gehandelt werden, dann gilt folgender Satz:

Satz 3.1
Lassen sich alle Risiken perfekt am Kapitalmarkt handeln maximiert die Bank ihren Wert, indem sie alles hedgt. Dies bedeutet, sie wählt ihre Hedging-Positionen H so aus, daß die Rückzahlung

$$Z_H = -\varepsilon_P - \alpha\varepsilon_N + k$$

ist, wobei k eine Konstante ist.

Beweis:
siehe Anhang A.2.1

Es wird hierbei davon ausgegangen, daß sich die Bank wie ein risikoaverses Individuum verhält, was nicht realistisch ist. Ein Individuum weicht nicht jedem systematischen Risiko komplett aus, falls dadurch der erwartete Rückfluß geringer wird. Vielmehr wird es eine Lösung mit einem für ihn vertretbaren Risiko anstreben. Eine Bank hingegen wird nicht ihren Wert verringern, um einem Risiko auszuweichen, solange es sich am Kapitalmarkt ohne zusätzliche Kosten hedgen läßt.

Mit der Annahme, es lassen sich alle Risiken auf dem Markt handeln, wurde das Problem sehr stark vereinfacht. Zur weiteren Betrachtung werden die Finanzmittel in zwei Kategorien unterteilt. Zum einen die mit perfekt handelbaren Risiken (*t*radeable), und zum anderen die mit überhaupt nicht handelbaren Risiken (*n*on-tradeable), also

$$\varepsilon_P = \varepsilon_P^t + \varepsilon_P^n \tag{3.6}$$

$$\varepsilon_N = \varepsilon_N^t + \varepsilon_N^n. \tag{3.7}$$

Vorerst sei davon ausgegangen, daß M komplett handelbar sei, also

$$\mathrm{Cov}(\varepsilon_P^n, M) = \mathrm{Cov}(\varepsilon_N^n, M) = 0. \tag{3.8}$$

Das bedeutet, daß einige mit der Investition verbundenen Risiken sich am Kapitalmarkt handeln lassen, wohingegen sich der Rest nicht oder nicht termingerecht handeln läßt. Eine kleine Erweiterung von Satz 3.1 liefert

Satz 3.2
Eine Bank ist stets bemüht sämtliche Risiken am Kapitalmarkt zu hedgen. Das bedeutet, sie wählt ihre Hedging-Positionen H so aus, daß die Rückzahlung

$$Z_H = -\varepsilon_P^t - \alpha\varepsilon_N^t + k$$

ist, wobei k eine Konstante ist.

Beweis:
siehe Anhang A.2.1

Nachdem die Hedgingentscheidung der Bank geklärt ist, geht es darum einen Finanzierungsplan zu erstellen.

3.2.3 Finanzierungspolitik in $t = 1$ bei Einzelentscheidung

Genau genommen geht es darum, den optimalen Wert α^* für α zu bestimmen. Von Interesse hierbei ist, wie sich diese Entscheidung auf die erwarteten Rückzahlungen und die Risikocharakteristiken der Investition auswirkt. Mit der Annahme einer optimalen Hedgingstrategie aus Satz 3.2 ergibt sich für das Vermögen aus Formel (3.3)

$$\begin{aligned} w &= Z_P + \alpha Z_N + Z_H + K \cdot (1-\tau) \\ &= \mu_P + \varepsilon_P^t + \varepsilon_P^n + \alpha(\mu_N + \varepsilon_N^t + \varepsilon_N^n) - \varepsilon_P^t - \alpha\varepsilon_N^t + k + K \cdot (1-\tau) \\ &= \mu_P + \varepsilon_P^n + \alpha \cdot (\mu_N + \varepsilon_N^n) + k + K \cdot (1-\tau). \end{aligned} \tag{3.9}$$

Diese Gleichung spiegelt wider, daß alle handelbaren Risiken aus w gehedgt wurden und nur noch die nicht handelbaren enthalten sind. Die erwartete Rückzahlung aus den Hedgingpositionen ist

$$k = -\gamma \cdot (\mathrm{Cov}(\varepsilon_P^t, M) + \alpha \cdot \mathrm{Cov}(\varepsilon_N^t, M)). \tag{3.10}$$

Eingesetzt liefert das

$$w = \mu_P + \varepsilon_P^n + \alpha \cdot (\mu_N + \varepsilon_N^n) - \gamma \cdot (\mathrm{Cov}(\varepsilon_P^t, M) + \alpha \cdot \mathrm{Cov}(\varepsilon_N^t, M)) + K \cdot (1-\tau). \tag{3.11}$$

Die Bank hat als Aufgabe unter der Bedingung (3.11) V zu maximieren. Da sich die Bank selber als Preisnehmer sieht, ist μ_N konstant und α wird entsprechend gewählt. Leitet man V nach α ab und setzt es gleich Null, liefert das

$$\alpha^* = \frac{(\mu_N - \gamma \cdot \mathrm{Cov}(\varepsilon_N^t, M)) - G \cdot \mathrm{Cov}(\varepsilon_N^n, \varepsilon_P^n)}{G \cdot \mathrm{Var}(\varepsilon_N^n)}, \tag{3.12}$$

wie in Anhang A.2.2 gezeigt wird. Hierbei handelt es sich bei $G \equiv -\frac{\mathrm{E}P_{ww}}{\mathrm{E}P_w}$ um einen Größenwert für die Risikoaversion der Bank, wobei G von dem in $t = 1$ gehaltenen Kapital K abhängt. Mit zunehmendem K wird G immer kleiner, das heißt je größer K ist, desto risikoneutraler ist die Bank.

3.2.4 Finanzierungspolitik in $t = 1$ bei mehreren Entscheidungen

Bisher war die Annahme, daß die Bank nur eine Investition tätigt. Diese wird in diesem Abschnitt erweitert. Die Bank investiere in n verschiedene Produkte gleichzeitig, deren Rückzahlung jeweils $\pi_i \equiv \mu_{N,i} - \gamma \cdot \mathrm{Cov}(\varepsilon^t_{N,i}, M)$ ist. Somit ist für alle $i \leq n$

$$\alpha^*_i = \frac{\pi_i - G \cdot \mathrm{Cov}(\varepsilon^n_{N,i}, \varepsilon^n_P + \sum_j \alpha^*_j \varepsilon^n_{N,j})}{G \cdot \mathrm{Var}(\varepsilon^n_{N,i})}, \tag{3.13}$$

für $i \neq j$. Die Wirkung des i-ten Produktes hängt jetzt nicht mehr nur von seiner Kovarianz mit den nicht handelbaren Risiken des Startportfolios, sondern auch von der Kovarianz mit allen neuen in $t = 1$ erworbenen nicht handelbaren Risiken ab. Das bedeutet, es existiert für jedes neue Produkt eine Gleichung, die alle gleichzeitig gelöst werden müssen. Die Lösung dieses Gleichungssystems lautet

$$\alpha^* = \Omega^{-1} \frac{\pi - GC_{NP}}{G}, \tag{3.14}$$

wobei α^* und π $(n \times 1)$-Vektoren sind und Ω eine $(n \times n)$-Varianz-Kovarianz Matrix für die nicht handelbaren Risiken der neuen Produkte ist (z.B. $\Omega_{i,j} = \mathrm{Cov}(\varepsilon^n_{N,i}, \varepsilon^n_{N,j})$). Bei C_{NP} handelt es sich um einen $(n \times 1)$-Vektor, der als i-ten Eintrag $\mathrm{Cov}(\varepsilon^n_{N,i}, \varepsilon^n_P)$ enthält. Der Ausdruck $(\pi - GC_{NP})$ kann als Vektor der Nettorückflüsse verstanden werden, das heißt das Marktrisiko und die Kovarianz zum existierenden Portfolio der Bank sind bereits inbegriffen.

An dieser Stelle wird deutlich, daß es gravierende Unterschiede zum klassischen Ansatz gibt, in dem von einer Unabhängigkeit der einzelnen Investitionsentscheidungen untereinander ausgegangen wird. Wenn G fest ist, dann wird eine Investition in Produkt i uninteressanter, wenn ein anderes Produkt j mit positiv korrelierten nicht handelbaren Risiken existiert. Das heißt α_i hängt nicht nur von den Rückflüssen des Produktes i, sondern von den Rückflüssen aller Produkte ab. Das führt dazu, daß alle Informationen über die Investitionsentscheidungen zentral gesammelt werden müssen.

3.2.5 Optimale Kapitalstruktur in $t = 0$

Zum Schluß bleibt noch die Frage nach dem in $t = 0$ optimal zu haltenden Kapital K. Auf der einen Seite verringert ein hohes K die effektive Risikoaversion G der Bank, anderseits bringt ein größeres K höhere Kosten durch Eigenfinanzierung τK mit sich. Aus Sicht $t = 0$ ist K so zu wählen, daß $(V - K)$ maximal wird, wobei $V = V(w(\alpha^*(K), K))$ ist. Das bedeutet, K beeinflußt w direkt durch die in $t = 2$ verfügbare Notreserve und indirekt durch die gewählte Strategie α^*. Die Lösung dieses Problems ist

$$\mathrm{E}(P_w) = \frac{1}{1 - \tau}. \tag{3.15}$$

Die Bank hat zwei Möglichkeiten. Entweder hält sie mehr Kapital, oder sie finanziert zu einem späteren Zeitpunkt mit entsprechenden Kosten. Also sollte K so gewählt werden, daß die Finanzierungskosten in $t = 2$ den Kosten durch Eigenfinanzierung in $t = 0$ entsprechen. Im Spezialfall $\tau = 0$ bedeutet das, daß keine Kosten durch das Halten von Kapital entstehen und die Bank somit einen unendlich hohen Betrag K hält, wodurch $\mathrm{E}P_w$ zu eins wird und G zu Null konvergiert.

3.3 Vergleich mit dem RAROC-Ansatz

3.3.1 Der RAROC-Ansatz

Bei dem RAROC-Ansatz (*R*isk-*A*djusted *R*eturn *o*n *C*apital) handelt es sich um eine Kennzahl Bankgeschäfte zu bewerten. Diese Methode schätzt die Risikoprämie einer Investition ab, die proportional zum Produkt aus Risikokapital mit den Kapitalkosten ist. Dieser Ansatz entstand jedoch nicht aus der Motivation heraus den Unternehmenswert zu maximieren. Folglich gibt es in diesem Zusammenhang Ungenauigkeiten, zum Beispiel ob das Risikokapital anhand der Preisschwankungen einer Investition oder durch Kovarianzen gemessen werden sollte. Da dieser Ansatz sehr weit verbreitet ist, lohnt ein Vergleich mit dem Modell von Froot/Stein.

3.3.2 Unterschiede zwischen dem RAROC-Ansatz und dem Modell von Froot/Stein

Die Mindestrendite einer Investition ist die Summe aus risikolosem Zins und den Kapitalkosten. Bei der gewählten Notation entspricht das gerade

$$\mu_N^R = E_N^R(k_N^{ER} - r), \tag{3.16}$$

wobei μ_N^R der Rückfluß der neuen Investition ist. E_N^R ist der Investition zugeschriebenes Kapital, welches von den Risiken der Investition abhängt und k_N^{ER} sind die Kapitalkosten. Das Modell von Froot/Stein stimmt mit diesem Ansatz überein, sofern einige Einschränkungen gemacht werden:

1. Die in Frage kommende Investition darf keine Marktrisiken beinhalten, es muß also $\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^t, M) = 0$ gelten.

2. Es muß möglich sein die Kapitalkosten E_N^R als eine lineare Funktion zwischen der Kovarianz der Investition mit dem bereits exstierenden Portfolio der Bank darzustellen.

3. Es muß $\zeta(k_N^{ER} - r) = G$ gelten, wobei G der Risikoaversionsparameter ist.

Werden diese drei Bedingungen nicht beachtet, so kann es zu Fehlern beim Aufstellen der RAROC-Kennzahl kommen. Zum Beispiel geht das Modell von Froot/Stein davon aus, daß die Bewertung von Investitionen sowohl von der Korrelation mit dem Marktfaktor als auch von der Korrelation mit dem bereits existierenden Portfolilo abhängt. Das RAROC-Modell kann nur dann zur Bestimmung herangezogen werden, wenn keine Marktrisiken mehr enthalten sind.

3.4 Kritik

In dem betrachteten Modell von Froot/Stein wurden zwei grundlegende Annahmen getroffen:

1. Es ist teuer kurzfristig Fremdkapital aufzunehmen,

2. es ist ebenfalls teuer einen Bodensatz an Eigenkapital zu halten.

Also sollten Banken zuerst alle Risiken hedgen, die sie am Kapitalmarkt entladen können. Zusätzlich sollte eine gewisse Menge an Eigenkapital gehalten werden, um die nicht handelbaren Risiken abzusichern.

Da die Investitionsplanung vom Einfluß des Risikos auf das Portfolio abhängt, kann es zu Problemen kommen, wenn sich verschiedene Investitionsmöglichkeiten gleichzeitig ergeben. Die Durchführung der einzelnen Investitionsmöglichkeiten muß dann gleichzeitig entschieden werden. In diesem Zusammenhang ist die Frage nach Zentralisierung extrem wichtig, da in Finanzeinrichtungen Änderungen des Portfolios sehr schnell durchgeführt werden können, aber eine zentrale Entscheidung aufwendig wäre. Das führt zu den beiden großen Kritikpunkten an diesem Modell. Zum einen wird davon ausgegangen, daß Informationen kontinuierlich eingehen und jedem sofort zur Verfügung stehen und nicht wie in der Realität nur zu diskreten Zeitpunkten. Zum anderen die Abwesenheit von jeglichen Übermittlungsschwierigkeiten.

Die Nutzung dieses Modells setzt voraus, daß ein realistischer Wert für den Risikoaversionsparameter G vorliegt. Dieser muß jedoch geschätzt werden und kann nicht einfach aus vorhandenen Daten abgelesen werden. Vielmehr benötigt man Informationen über P_w, wodurch die Anwendung kompliziert wird.

A Mathematischer Anhang

A.1 Stochastische Grundlagen

Folgende stochastische Grundlagen werden als bekannt vorausgesetzt bzw. für die Beweise benötigt.

- Der Erwartungswert ist linear, es gilt also

$$\mathrm{E}(aX + bY) = a\mathrm{E}(X) + b\mathrm{E}(Y) \tag{A.1}$$

- Die Kovarianz ist definiert als

$$\begin{aligned}\mathrm{Cov}(X, Y) &= \mathrm{E}\left[(X - \mathrm{E}(X)) \cdot (Y - \mathrm{E}(Y))\right] \\ &= \mathrm{E}(XY) - \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y).\end{aligned} \tag{A.2}$$

- Sind X und Y normalverteilt, so gilt

$$\mathrm{Cov}\left(f(X), Y\right) = \mathrm{E}\left(f(X)\right) \cdot \mathrm{Cov}(X, Y). \tag{A.3}$$

A.2 Beweise

A.2.1 Beweis von Satz 3.1 und Satz 3.2

Eine Bank habe abzählbar viele handelbare Risiken. Die Hedgingpolitik sei durch die Gewichte h_i zu den entsprechenden handelbaren Faktoren x_i, $i = 1, \ldots, L$ gegeben, wodurch

$$Z_H = \sum_{i=1}^{L} h_i x_i \tag{A.4}$$

gilt. Da die Summanden in beliebiger Reihenfolge addiert werden können, sei das letzte x_i der Marktfaktor, also $x_L = M$. Da die Bank probiert durch die Hedgingmaßnahmen ihren Wert zu maximieren, führt das zu

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}h_i} = \frac{\mathrm{dE}(P(w))}{\mathrm{d}h_i} - \gamma \frac{\mathrm{dCov}(P(w), M)}{\mathrm{d}h_i} = 0, \tag{A.5}$$

wobei $\mathrm{d}h_i$ eine Änderung im Verhältnis der Hedgingpolitik des i-ten Risikos ausdrückt. Setzt man die Definition der Kovarianz aus (A.2) ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{dE}(P(w))}{\mathrm{d}h_i} &= \mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{d}P(w)}{\mathrm{d}h_i}\right) = \mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{d}P(w)}{\mathrm{d}h_i}\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}w}\right) = \mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{d}P(w)}{\mathrm{d}w}\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h_i}\right) \\ &= \mathrm{E}\left(P_w \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h_i}\right) = \mathrm{E}(P_w)\mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h_i}\right) + \mathrm{Cov}\left(P_w, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h_i}\right),\end{aligned} \tag{A.6}$$

und man erhält

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}h_i} = \mathrm{E}(P_w)\mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h_i}\right) + \mathrm{Cov}\left(P_w, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h_i}\right) - \gamma\frac{\mathrm{dCov}(P(w), M)}{\mathrm{d}h_i}. \tag{A.7}$$

Da w normalverteilt ist, führt das mit (A.3) zu

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}h_i} = \mathrm{E}(P_w)\mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h_i}\right) + \mathrm{E}(P_{ww})\mathrm{Cov}\left(w, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h_i}\right) - \gamma\frac{\mathrm{d}(\mathrm{E}(P_w)\mathrm{Cov}(w, M))}{\mathrm{d}h_i}. \tag{A.8}$$

Da die Bank in einem perfekten Markt hedgt, wird die Änderung von Risiko und Rückfluß durch

$$\mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h_i}\right) = \gamma\frac{\mathrm{dCov}(w, M)}{\mathrm{d}h_i} \tag{A.9}$$

ausgedrückt. Durch einsetzen in (A.8) und anwenden der Produktregel im letzten Term erhält man

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}h_i} &= \gamma\frac{\mathrm{E}(P_w)\mathrm{dCov}(w, M)}{\mathrm{d}h_i} + \mathrm{E}(P_{ww})\mathrm{Cov}\left(w, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h_i}\right) \\ &\quad -\gamma\frac{\mathrm{d}(\mathrm{E}(P_w))\mathrm{Cov}(w, M) + \mathrm{E}(P_w)\mathrm{d}(\mathrm{Cov}(w, M))}{\mathrm{d}h_i} \\ &= \mathrm{E}(P_{ww})\mathrm{Cov}(w, x_i) - \gamma\frac{\mathrm{d}(\mathrm{E}(P_w))\mathrm{Cov}(w, M)}{\mathrm{d}h_i}. \end{aligned} \tag{A.10}$$

Durch nochmaliges Einsetzen der Definition der Kovarianz (A.2) und $\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h_i} = x_i$ führt das auf

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}h_i} = \mathrm{E}(P_{ww})\mathrm{Cov}(w, x_i) - \gamma\mathrm{E}(P_{ww}x_i)\mathrm{Cov}(w, x_L) = 0. \tag{A.11}$$

Durch die Konkavität von $P(w)$ (insbesondere ist $P_{ww} < 0$) muß in jeder der L Gleichungen das h_i so gewählt werden, daß für alle i die $\mathrm{Cov}(w, x_i) = 0$ ist. Dies kann nur erreicht werden, indem alle handelbaren Risiken gehedgt werden. Da das aber unabhängig davon ist, ob alle Risiken handelbar sind oder nicht, sind somit Satz 3.1 und Satz 3.2 bewiesen.

□

A.2.2 Beweis von Gleichung (3.12)

Die Hauptbedingung an die Bank ist

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\alpha} = \frac{\mathrm{dE}(P(w))}{\mathrm{d}\alpha} - \gamma\frac{\mathrm{dCov}(P(w), M)}{\mathrm{d}\alpha} = 0. \tag{A.12}$$

Anders geschrieben ergibt sie sich zu

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\alpha} = \mathrm{Cov}\left(P_w, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\alpha}\right) + \mathrm{E}(P_w)\mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\alpha}\right) \\ - \gamma\mathrm{Cov}(w, M)\mathrm{E}\left(P_{ww}\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\alpha}\right) - \gamma\mathrm{E}(P_w)\frac{\mathrm{dCov}(w, M)}{\mathrm{d}\alpha} = 0. \end{aligned} \tag{A.13}$$

Aufgrund der Normalverteilungsannahme führt das mit (A.3) zu

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\alpha} = \mathrm{E}(P_w)\left[\mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\alpha}\right) - \gamma\frac{\mathrm{dCov}(w,M)}{\mathrm{d}\alpha}\right] + \mathrm{E}(P_{ww})\left[\mathrm{Cov}\left(w, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\alpha}\right)\right.$$
$$\left. - \mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\alpha}\right)\gamma\mathrm{Cov}(w,M)\right] - \mathrm{E}(P_{www})\left[\gamma\mathrm{Cov}(w,M)\mathrm{Cov}\left(w,\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\alpha}\right)\right] = 0. \quad \text{(A.14)}$$

Weiterhin gelten

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\alpha} = \mu_N + \varepsilon_N^n - \gamma\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^t, M), \quad \text{(A.15)}$$
$$\mathrm{E}\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\alpha}\right) = \mu_N - \gamma\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^t, M), \quad \text{(A.16)}$$
$$\mathrm{Cov}\left(w, \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\alpha}\right) = \mathrm{Cov}(\varepsilon_N^n, \varepsilon_P^n) + \alpha\mathrm{Var}(\varepsilon_N^n), \quad \text{(A.17)}$$
$$\frac{\mathrm{dCov}(w,M)}{\mathrm{d}\alpha} = \mathrm{Cov}(\varepsilon_N^n, M). \quad \text{(A.18)}$$

Einsetzen in (A.14) liefert die Verallgemeinerung

$$\mu_N = \gamma\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^t, M) + \gamma\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^n, M) + G^M(\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^n, \varepsilon_P^n) + \alpha\mathrm{Var}(\varepsilon_N^n)) \quad \text{(A.19)}$$

von Gleichung (3.12), wobei

$$G^M = \frac{-(\mathrm{E}(P_{ww}) - \gamma\mathrm{E}(P_{www})\mathrm{Cov}(w,M))}{\mathrm{E}(P_w) - \gamma\mathrm{E}(P_{ww}\mathrm{Cov}(w,M)} \quad \text{(A.20)}$$

ist. Da Hedgen den Marktfaktor komplett entfernt, erhält man

$$\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^n, M) = \mathrm{Cov}(w,M) = 0, \quad \text{(A.21)}$$

und somit reduziert sich G^M zu $G = -\frac{E(P_{ww})}{\mathrm{E}(P_w)}$. Aus (A.19) ergibt sich also

$$\mu_N = \gamma\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^t, M) + \gamma\underbrace{\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^n, M)}_{=0} + G\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^n, \varepsilon_P^n) + G\alpha\mathrm{Var}(\varepsilon_N^n)$$
$$\Longleftrightarrow G\alpha\mathrm{Var}(\varepsilon_N^n) = \mu_N - \gamma\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^t, M) - G\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^n, \varepsilon_P^n)$$
$$\Longleftrightarrow \alpha = \frac{\mu_N - \gamma\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^t, M) - G\mathrm{Cov}(\varepsilon_N^n, \varepsilon_P^n)}{G\mathrm{Var}(\varepsilon_N^n)} \quad \text{(A.22)}$$

$\square$

Literatur

[1] Froot, K. A., Stein, J. C. (1998): *Risk management capital budgeting, and capital structure policy for financial institutions: an integrated approach*, Journal of Financial Economics, 47, 1, S. 55-82.

[2] Geiger, H. (1999a): *Die Risikopolitik der Banken*, Der Schweizer Treuhänder, 6-7/99, S. 555-560.

[3] Geiger, H. (1999b): *Die Risikopolitik der Banken in ihrer konkreten Ausgestaltung*, Der Schweizer Treuhänder, 8/99, S. 713-718.

[4] Breuer, W., Gürtler, M., Schuhmacher, F. (1999): *Portfoliomanagement: theoretische Grundlagen und praktische Anwendungen*, Wiesbaden.

[5] Hartmann-Wendels, T., Pfingsten, A., Weber, M. (2000): *Bankbetriebslehre*, Berlin, S. 538-621.